在 $1 \leqslant x \leqslant 10$ 步长间隔为 0.5 点上的数值解.

```
#程序文件Pex8_4.py
from scipy.integrate import odeint
from numpy import arange
dy=lambda y, x: -2*y+x**2+2*x
x=arange(1, 10.5, 0.5)
sol=odeint(dy, 2, x)
print("x={}\n对应的数值解y={}".format(x, sol.T))
```

**例 8.5** (续例 8.1) 求例 8.1 的数值解, 并在同一个图形界面上画出符号解和数值解的曲线.

**解** 引进 $y_1 = y$, $y_2 = y'$, 则可以把原来的二阶微分方程化为如下一阶微分方程组:

$$\begin{cases} y_1' = y_2, & y_1(0) = 0, \\ y_2' = -2y_1 - 2y_2, & y_2(0) = 1. \end{cases}$$

求数值解和画图的程序如下:

```
#程序文件Pex8_5.py
from scipy.integrate import odeint
from sympy.abc import t
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def Pfun(y,x):
    y1, y2=y;
    return np.array([y2, -2*y1-2*y2])
x=np.arange(0, 10, 0.1)  #创建时间点
sol1=odeint(Pfun, [0.0, 1.0], x)  #求数值解
plt.rc('font',size=16); plt.rc('font',family='SimHei')
plt.plot(x, sol1[:,0],'r*',label="数值解")
plt.plot(x, np.exp(-x)*np.sin(x), 'g', label="符号解曲线")
plt.legend(); plt.savefig("figure8_5.png"); plt.show()
```

所画出的数值解和符号解的图形如图 8.1 所示.

**例 8.6** Lorenz 模型的混沌效应.

Lorenz 模型是由美国气象学家 Lorenz 在研究大气运动时, 通过简化对流模型, 只保留 3 个变量提出的一个完全确定性的一阶自治常微分方程组 (不显含时间变